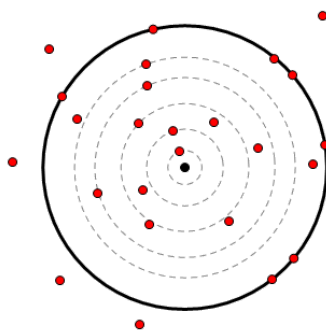


第3讲 与圆有关的位置关系

一、点与圆的位置关系

思考：在飞镖游戏中，我们根据飞镖落到靶上不同的位置计算成绩，如果把靶抽象为一个圆，飞镖的落点抽象为一个点，那么这个点和这个圆有几种位置关系呢？



点和圆的位置关系：

位置关系	图形	定义	性质及判定
点在圆____		点在圆的____	$d ______ r \Leftrightarrow$ 点 P 在 $\odot O$ 的外部
点在圆____		点在____	$d ______ r \Leftrightarrow$ 点 P 在 $\odot O$ 上
点在圆____		点在圆的____	$d ______ r \Leftrightarrow$ 点 P 在 $\odot O$ 的内部

举个“栗子”

栗子1

1. 已知点 P 在 $\odot O$ 的内部， $\odot O$ 的半径为10cm，那么点 P 到 $\odot O$ 的距离可以是（ ）。

A. 9cm

B. 10cm

C. 11cm

D. 12cm



2. 已知 $\odot O$ 的半径为1, 点 A 到圆心的 O 的距离为 a , 若关于 x 的方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 不存在实数根, 则点 A 与 $\odot O$ 的位置关系是().
- A. 点 A 在 $\odot O$ 内 B. 点 A 在 $\odot O$ 上 C. 点 A 在 $\odot O$ 外 D. 无法确定
3. $\odot O$ 的半径为 R , 圆心到点 A 的距离为 d , 且 R 、 d 分别是方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 的两根, 则点 A 与 $\odot O$ 的位置关系是().
- A. 点 A 在 $\odot O$ 内部 B. 点 A 在 $\odot O$ 上 C. 点 A 在 $\odot O$ 外部 D. 点 A 不在 $\odot O$ 上

栗子2

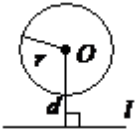
4. 在平面直角坐标系 xOy 中, 如果 $\odot O$ 是以原点 $O(0,0)$ 为圆心, 5为半径的圆, 那么点 $A(-3, -4)$ 与 $\odot O$ 的位置关系是().
- A. 在 $\odot O$ 内 B. 在 $\odot O$ 上 C. 在 $\odot O$ 外 D. 不能确定

栗子3

5. 平面内一点 P 离 $\odot O$ 上的点最近距离为5cm, 离 $\odot O$ 上的点最远距离为13cm, 则 $\odot O$ 的半径为().
- A. 4cm B. 4或9cm C. 8cm D. 8或18cm

二、直线与圆的位置关系

直线与圆的位置关系：设 $\odot O$ 的半径为 R , 圆心 O 到直线 l 的距离为 d , 则直线和圆的位置关系如下表：

位置关系	图形	定义	性质及判定
_____		直线与圆_____公共点.	d _____ $r \Leftrightarrow$ 直线与 $\odot O$ _____
_____		直线与圆有_____公共点, 直线叫做圆的切线, 唯一公共点叫做_____.	d _____ $r \Leftrightarrow$ 直线与 $\odot O$ _____
_____		直线与圆有_____公共点, 直线叫做圆的割线.	d _____ $r \Leftrightarrow$ 直线与 $\odot O$ _____

举个“栗子”

栗子4

6. 已知圆的直径是13cm，圆心到某条直线的距离是6cm，那么这条直线与该圆的位置关系是 _____ .

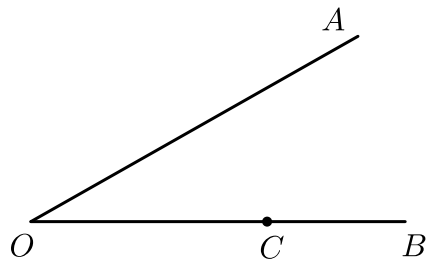
栗子5

7. 在平面直角坐标系中，以点(2, 3)为圆心，2为半径的圆必定() .

- A. 与 x 轴相离、与 y 轴相切
- B. 与 x 轴、 y 轴都相离
- C. 与 x 轴相切、与 y 轴相离
- D. 与 x 轴、 y 轴都相切

栗子6

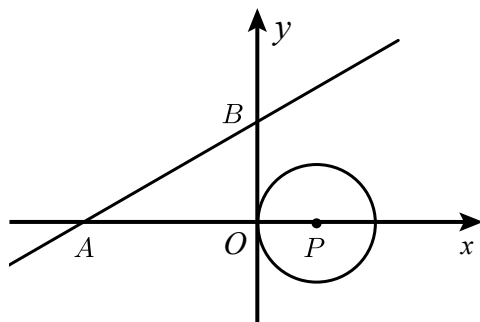
8. 如图， $\angle O = 30^\circ$ ， C 为 OB 上一点，且 $OC = 6$ ，以点 C 为圆心，半径为3的圆与 OA 的位置关系是() .



- A. 相离
- B. 相交
- C. 相切
- D. 以上三种情况均有可能

独步天下

9. 如图，直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B 两点，圆心 P 的坐标为(1, 0)，圆 P 与 y 轴相切于点 O . 若将圆 P 沿 x 轴向左移动，当圆 P 与直线相交时，横坐标为整数的点 P 的个数是() .



- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

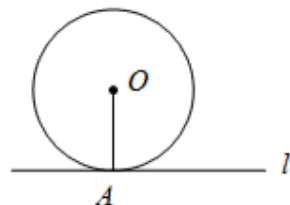
三、切线的性质与判定

1. 切线的判定定理

如图，在 $\odot O$ 中，经过半径 OA 的外端点 A 作直线 $l \perp OA$ ，则圆心 O 到直线 l 的距离是线段____即____，所以可以得到直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是相切．

这样我们就得到了切线的判定定理：

经过____的____端并且____于这条____的____是圆的切线．



！ 总结：

①判断切线的常用方法：

- (1) 定义法：和圆只有____公共点的直线是圆的切线；
- (2) 距离法：和圆心距离等于____的直线是圆的切线；
- (3) 判定定理：经过半径的____并且____于这条半径的直线是圆的切线．

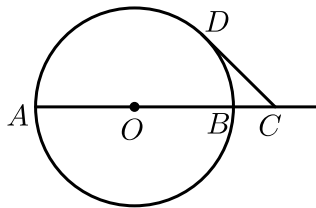
②证明一条直线是圆的切线有两个思路：

- (1) 若给出直线与圆有公共点：_____；
- (2) 若没给直线与圆的交点：_____．

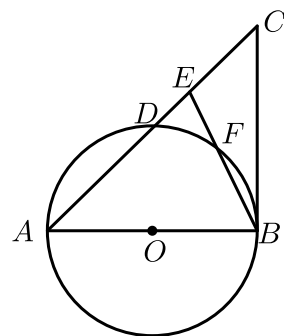
🍌 举个“栗”子

栗子7

10. 如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径， $AB = 4$ ，点 C 在线段 AB 的延长线上，点 D 在 $\odot O$ 上，连接 CD ，且 $CD = OA$ ， $OC = 2\sqrt{2}$ ．求证： CD 是 $\odot O$ 的切线．

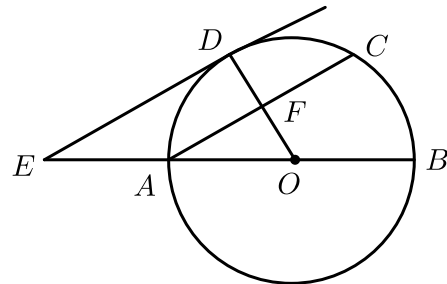


11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， E 是 AC 边上的一点，且 $AE = AB$ ， $\angle BAC = 2\angle CBE$ ，以 AB 为直径作 $\odot O$ 交 AC 于点 D ，交 BE 于点 F 。



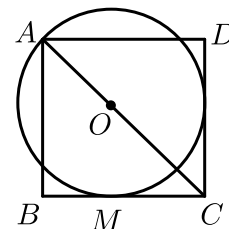
- (1) 求证： BC 是 $\odot O$ 的切线。

12. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， D 为 $\widehat{AC}$ 的中点，连接 OD 交弦 AC 于点 F ，过点 D 作 $DE \parallel AC$ ，交 BA 的延长线于点 E 。



- (1) 求证： DE 是 $\odot O$ 的切线。
 (2) 连接 CD ，若 $OA = AE = 4$ ，求四边形 $ACDE$ 的面积。

13. 如图， O 为正方形 $ABCD$ 对角线 AC 上一点，以 O 为圆心， OA 长为半径的 $\odot O$ 与 BC 相切于点 M 。



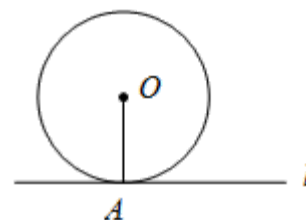
(1) 求证： CD 与 $\odot O$ 相切。

(2) 若 $\odot O$ 的半径为1，求正方形 $ABCD$ 的边长。

2. 切线的性质

思考：

如图，如果直线 l 是 $\odot O$ 的切线，切点为 A ，那么半径 OA 与直线 l 是不是一定垂直呢？



切线性质定理：圆的切线_____于过切点的_____。

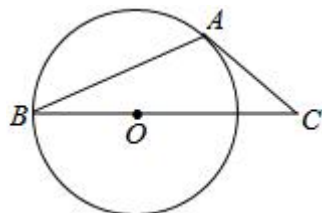
推论1：经过圆心且垂直于切线的直线必经过_____。

推论2：经过切点且垂直于切线的直线必经过_____。

举个“栗子”

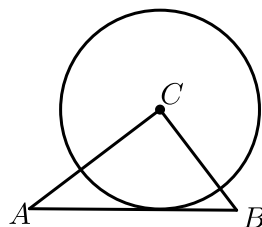
栗子9

14. 如图， AB 是 $\odot O$ 的弦， AC 是 $\odot O$ 的切线， A 为切点， BC 经过圆心，若 $\angle B = 25^\circ$ ，则 $\angle C$ 的大小等于（ ）。



- A. 20° B. 25° C. 40° D. 50°

15. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = 5$ ， $BC = 3$ ， $AC = 4$ ，以点 C 为圆心的圆与 AB 相切，则 $\odot C$ 的半径为（ ）。

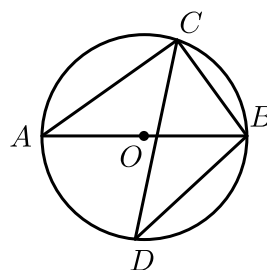


- A. 2.3 B. 2.4 C. 2.5 D. 2.6

栗子10

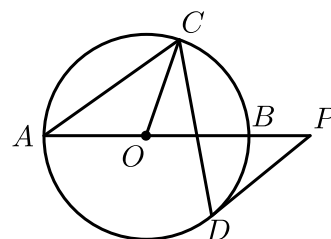
16. 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 CD 与 AB 相交， $\angle BAC = 38^\circ$ 。

(1) 如图①，若 D 为 $\widehat{AB}$ 的中点，求 $\angle ABC$ 和 $\angle ABD$ 的大小。



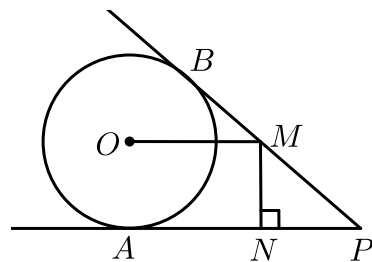
图①

(2) 如图②，过点 D 作 $\odot O$ 的切线，与 AB 的延长线交于点 P ，若 $DP \parallel AC$ ，求 $\angle OCD$ 的大小。



图②

17. 如图， PA 、 PB 分别与 $\odot O$ 相切于点 A 、 B ，点 M 在 PB 上，且 $OM \parallel AP$ ， $MN \perp AP$ ，垂足为 N 。



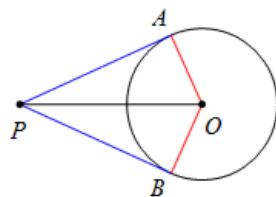
- (1) 求证： $OM = AN$ 。
 (2) 若 $\odot O$ 的半径 $R = 3$ ， $PA = 9$ ，求 OM 的长。

3. 切线长定理

- (1) **切线长**：在经过圆外一点的圆的切线上，这点和切点之间的_____的长，叫这点到圆的切线长。

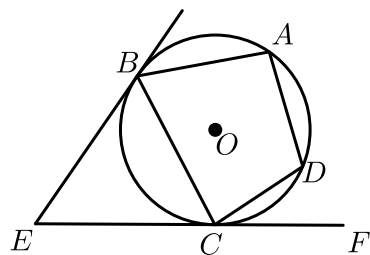
！注意：切线是直线，切线长是线段长。

- (2) **切线长定理**：从圆_____一点可以引圆的_____切线，它们的_____相等，这一点和圆心的连线_____两条切线的夹角。如图，已知 PA 、 PB 是圆的两条切线，
 则_____、_____。



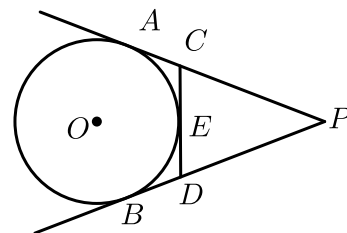
栗子11

18. 如图： EB 、 EC 是 $\odot O$ 的两条切线， B 、 C 是切点， A 、 D 是 $\odot O$ 上两点，如果 $\angle E = 46^\circ$ ， $\angle DCF = 32^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数是_____度。



栗子12

19. 如图, P 为 $\odot O$ 外一点, PA 、 PB 分别切 $\odot O$ 于 A 、 B , CD 切 $\odot O$ 于点 E , 分别交 PA 、 PB 于点 C 、 D , 若 $PA = 5$, 则 $\triangle PCD$ 的周长为 () .

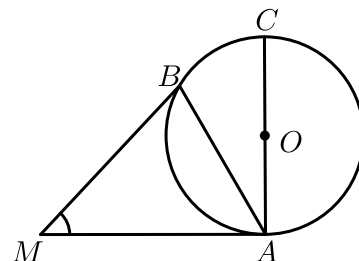


- A. 5 B. 7 C. 8 D. 10

栗子13

20. 已知 $\odot O$ 中, AC 为直径, MA 、 MB 分别切 $\odot O$ 于点 A 、 B .

(1) 如图, 若 $\angle BAC = 25^\circ$, 求 $\angle AMB$ 的大小.



(2) 如图, 过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 E , 交 $\odot O$ 于点 D , 若 $BD = MA$, 求 $\angle AMB$ 的大小.

